

PROGRAMMA DI MATEMATICA

A.S.: 2021/2022

Docente: Marco Giganti

Classe: 5I

Scuola: Liceo Scientifico Amedeo Avogadro

FUNZIONI REALI E PRINCIPALI PROPRIETÀ; CONCETTO DI LIMITE E CALCOLO DEI LIMITI

- Funzioni reali di variabile reale: dominio, parità, funzioni iniettive e suriettive, funzioni invertibili, funzioni composte; funzioni definite a tratti
- Definizione di limite di una funzione; calcolo dei limiti elementari utilizzando la definizione; concetto di limite per x tendente ad infinito; concetto di limite destro e di limite sinistro
- Limite della somma nel caso in cui le funzioni hanno limite finito, con dimostrazione
- Limite del prodotto nel caso in cui le funzioni hanno entrambe limite finito, con dimostrazione
- Forma indeterminata $+\infty -\infty$ limite di una funzione polinomiale e limite di una funzione irrazionale
- Forma indeterminata $0 \cdot \infty$
- Forma indeterminata $\frac{\infty}{\infty}$ e $\frac{0}{0}$
- Limite notevole $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(x)}{x} = 1$ con dimostrazione
- Limite notevole $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos(x)}{x} = 0$ con dimostrazione
- Limite notevole $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos(x)}{x^2} = \frac{1}{2}$ con dimostrazione
- Limite notevole $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x)}{x} = 1$ sapendo che Limite notevole $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x = e$ con dimostrazione
- Limite notevole $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x} = 1$ con dimostrazione
- Definizione di infinitesimo, definizione di infinito, confronto tra infinitesimi, confronto tra infiniti, ordine di infinito e ordine di infinitesimi

FUNZIONI CONTINUE, PUNTI DI DISCONTINUITÀ e ASINTOTI

- Definizione di funzione continua in un punto e in un intervallo

- Teorema di Weierstrass, teorema dei valori intermedi e teorema di esistenza degli zeri, senza dimostrazione
- Classificazione dei punti di discontinuità di una funzione: prima specie, seconda specie e terza specie, con esempi per ciascuna delle suddette categorie
- Definizione di asintoto di una funzione
- Asintoti orizzontali, verticali ed obliqui e loro ricerca, senza dimostrazioni

LE DERIVATE

- Il problema della ricerca della retta tangente al grafico di una funzione e il rapporto incrementale
- La definizione di derivata come limite del rapporto incrementale
- Concetto di derivata sinistra e derivata destra e criteri di derivabilità di una funzione in determinati punti problematici: punti di discontinuità, punti angolosi, cuspidi e loro combinazioni
- Derivata della funzione costante e della funzione identità
- Derivata della funzione potenza, senza dimostrazione
- Derivata della funzione seno, con dimostrazione
- Derivata della funzione coseno, con dimostrazione
- Derivata della funzione esponenziale, con dimostrazione
- Derivata della funzione logaritmica, con dimostrazione
- Derivata del prodotto di una costante per una funzione, con dimostrazione
- Derivata della somma di funzioni, con dimostrazione
- Derivata del prodotto di funzioni, con dimostrazione
- Derivata del reciproco di una funzione, con dimostrazione
- Derivata del quoziente di una funzione assumendo note le formule per la derivata del prodotto tra due funzioni e del reciproco di una funzione, con dimostrazione
- Derivata della funzione tangente, con dimostrazione
- Derivata della funzione cotangente, con dimostrazione
- Derivata di una funzione composta, senza dimostrazione
- Derivata di una forma del tipo $f(x)^{g(x)}$, con dimostrazione
- Derivata della funzione inversa e applicazione del procedimento per la derivata delle funzioni arcoseno, arcocoseno e arcotangente
- Concetto di derivata seconda
- Significato grafico della derivata: coefficiente angolare della retta tangente al grafico della funzione in un punto

TEOREMI DEL CALCOLO DIFFERENZIALE

- Teorema di Rolle, senza dimostrazione; significato grafico del teorema di Rolle
- Teorema di Lagrange, con dimostrazione; significato grafico del teorema di Lagrange
- Conseguenza del teorema di Lagrange: funzioni crescenti, decrescenti e derivate
- Teorema di Cauchy, con dimostrazione
- Teorema di De L'Hospital, con dimostrazione
- Calcolo dei limiti col teorema di De L'Hospital per le forme indeterminate $\frac{0}{0}$ e $\frac{\infty}{\infty}$; estensioni per le forme indeterminate $0 \cdot \infty$

PROBLEMI DI OTTIMIZZAZIONE E STUDIO DI FUNZIONE

- Definizione e ricerca di massimi e minimi di una funzione
- Definizione e ricerca delle zone di concavità e convessità di una funzione

- Definizione di punto di flesso di una funzione, legame con la derivata seconda e classificazione dei punti di flesso
- Problemi di ottimizzazione: ricerca della funzione obiettivo e procedura di risoluzione
- Schema generale per lo studio di funzione: i 7 punti e la raccolta delle informazioni utili per disegnare un grafico approssimato
- Grafici di una funzione e della sua derivata
- Discussione di un'equazione parametrica

INTEGRALI INDEFINITI

- Concetto di primitiva di una funzione e di costante di integrazione
- Definizione di integrale indefinito e principali proprietà: Integrale di una somma e integrale di una funzione moltiplicata per una costante
- Integrale di una potenza x^a , formula generale e caso particolare $a = -1$
- Integrale delle funzioni goniometriche e integrale delle funzioni le cui primitive sono funzioni goniometriche inverse
- Integrale delle funzioni la cui primitiva è una funzione composta
- Integrazione per sostituzione
- Integrazione per parti, con esempio dell'integrale della funzione $\log(x)$
- Integrazione di funzioni razionali fratte in cui il denominatore è di secondo grado e il numeratore di primo grado: caso discriminante maggiore di zero, caso discriminante uguale a zero, caso discriminante minore di zero (cenni)
- Caso in cui il denominatore è di grado superiore al secondo (cenni)

INTEGRALI DEFINITI ED EQUAZIONI DIFFERENZIALI

- Idea generale del calcolo delle aree attraverso l'integrale (cenni)
- Proprietà dell'integrale definito: additività rispetto all'intervallo di integrazione, integrale della somma.
- Teorema della media, senza dimostrazione
- Teorema fondamentale del calcolo integrale, senza dimostrazione
- Calcolo e segno delle aree
- Calcolo dell'area delimitata da due curve
- Area compresa tra una curva e l'asse y
- Calcolo dei volumi dei solidi di rotazione rispetto all'asse x; esempio del volume di una sfera
- Calcolo dei volumi dei solidi di rotazione rispetto all'asse y
- Metodo dei gusci cilindrici
- Integrali impropri, definizione ed esempi
- Definizione di equazione differenziale
- Risoluzione di semplici equazioni differenziali del primo ordine e problema di Cauchy (cenni)
- Risoluzione di semplici equazioni differenziali a variabili separabili (cenni)

Il docente

MARCO GIGANTI