

# Programma di matematica - Classe 5 A

A.S. 2022-2023

Prof.ssa Maristella Petralla

## TEMA 1: Limiti e continuità

### 1. Introduzione all'analisi e funzioni. Limiti di funzioni

- *Ripasso*: Funzioni e loro proprietà, dominio, codominio, infettività, suriettività, biiettività, studio segno, zeri, simmetrie, funzioni inverse, funzioni composte. Trasformazioni geometriche.
- Insiemi di numeri reali, intervalli, intorno di un punto e di infinito, insiemi limitati e illimitati, estremi di un insieme e di una funzione. Punti isolati. Punti di accumulazione
- I limiti e la loro verifica, definizione e interpretazione geometrica:  $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = l < +\infty$ ;  
 $\lim_{x \rightarrow +/\infty} f(x) = l < +\infty$ ;  $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = +/\infty$ ;  $\lim_{x \rightarrow +/\infty} f(x) = +/\infty$ ;
- Funzioni continue, limite destro e limite sinistro, esistenza del limite
- Asintoti verticali, orizzontali e obliqui
- Primi teoremi sui limiti con dimostrazione: teorema di unicità del limite, teorema della permanenza del segno, teorema del confronto.
- *Esercizi e problemi*

### 2. Limiti di funzioni reali di variabile reale e continuità delle funzioni

- Operazioni sui limiti, limiti di funzioni elementari: limite della somma, limite del prodotto, limite del quoziente, limite delle funzioni composte
- Forme indeterminate e loro risoluzione
- Limiti notevoli e loro dimostrazione
- Calcolo dei limiti
- Infinitesimi, infiniti e loro confronto. Ordine di infinito o di infinitesimo, infinito o infinitesimo campione e confronto, gerarchie degli infiniti
- Funzioni continue. Continuità definizione puntuale e in intervalli. Teoremi sulle funzioni continue: teorema di Weierstrass, teorema dei valori intermedi, teorema di esistenza degli zeri. Esempi
- Punti di discontinuità di una funzione, prima, seconda e terza specie, esempi
- Asintoti e loro ricerca
- Grafico probabile di una funzione
- *Esercizi e problemi, quesiti misti matematica e fisica*

### 3. Successioni, limiti di successioni e principio di induzione

- Richiami sulle successioni
- Limiti di successioni
- *Esercizi e problemi*

## TEMA 2: Calcolo differenziale

### 4. La derivata

- Derivata di una funzione. Retta tangente ad una curva. Rapporto incrementale, coefficiente angolare retta secante, derivata di una funzione e significato geometrico, coefficiente angolare retta tangente. Calcolo derivate con definizione
- Derivata destra e sinistra
- Continuità e derivabilità
- Derivate fondamentali
- Operazioni con le derivate: costante per funzione, somma algebrica funzioni, prodotto funzioni, quoziente funzioni, reciproco funzione
- Derivata di una funzione composta
- Operazioni con le derivate e funzioni composte
- Derivata di  $[f(x)]^{g(x)}$
- Derivata della funzione inversa
- Retta tangente al grafico di una funzione. Retta tangente e retta normale. Grafici tangenti
- Derivate di ordine superiore al primo
- Punti di non derivabilità: flessi a tangente verticale, cuspidi, punti angolosi
- Applicazioni alla fisica: grandezze fisiche istantanee, velocità, accelerazione, intensità di corrente
- Differenziale di una funzione, definizione e sua interpretazione geometrica
- *Esercizi e problemi. Compiti di realtà, quesiti misti matematica e fisica*

### 5. Teoremi sulle funzioni derivabili

- Teorema di Rolle
- Teorema di Lagrange
- Conseguenze del teorema di Lagrange
- Teorema di Cauchy
- Segno della derivata e funzioni crescenti e decrescenti
- Teorema di Fermat
- Teorema di De l'Hospital
- *Esercizi e problemi.*

### 6. Massimi, minimi e flessi

- Definizioni. Massimi e minimi assoluti e relativi.
- Definizioni. Concavità, flessi e tangente inflessionale, flessi orizzontali, verticali e obliqui.
- Massimi, minimi, flessi orizzontali e derivata prima. Ricerca con la derivata prima e suo studio segno. Punti stazionari. Punti stazionari di flesso orizzontale. Massimi e minimi relativi e flessi orizzontali
- Flessi e derivata seconda. Concavità e segno della derivata seconda. Ricerca.
- Problemi di ottimizzazione
- *Esercizi e problemi. Compiti di realtà, esercitazioni/simulazioni seconda prova*

### 7. Lo studio delle funzioni

- Studio di una funzione

- Esempi di grafici di una funzione e della sua derivata
- Applicazioni dello studio di una funzione
- *Esercizi e problemi. Compiti di realtà, esercitazioni/simulazioni seconda prova*

## TEMA 3: Calcolo integrale ed equazioni differenziali

### 8. Integrali indefiniti

- Integrale indefinito. Primitive. Interpretazione geometrica. Integrale indefinito e funzioni integrabili. Condizione sufficiente di integrabilità. Proprietà dell'integrale indefinito.
- Integrali indefiniti immediati
- Integrazione per sostituzione
- Integrazione per parti
- Integrali di funzioni composte
- Integrazione di funzioni razionali fratte
- *Esercizi e problemi, esercitazioni/simulazioni seconda prova, quesiti misti matematica e fisica*

### 9. Integrale definito

- Integrale definito. Problema delle aree, trapezoide. Somma integrale superiore ed inferiore e pluri-rettangoli. Integrale definito di una funzione continua di segno qualsiasi, definizione generale. Proprietà dell'integrale definito
- Teorema della media. Valore medio di una funzione in un intervallo
- Teorema fondamentale del calcolo integrale. Funzione integrale, teorema fondamentale, calcolo dell'integrale definito
- Calcolo delle aree. Area compresa tra una curva e l'asse x, area compresa tra una curva e l'asse y, area compresa tra due curve
- Calcolo dei volumi. Volume di un solido di rotazione attorno all'asse x o all'asse y
- Integrali impropri
- Applicazioni degli integrali alla fisica: posizione, velocità e accelerazione, lavoro di una forza, quantità di carica
- *Esercizi e problemi. Compiti di realtà, quesiti modello seconda prova.*

### 10. Equazioni differenziali

- Che cos'è un'equazione differenziale. Verifica di una soluzione di una equazione differenziale
- Equazioni differenziali del primo ordine. Definizione e problema di Cauchy. Equazioni a variabili separabili
- Cenni equazioni differenziali del secondo ordine
- Equazioni differenziali e fisica
- *Esempi ed esercizi*

## TEMA 4: Geometria analitica nello spazio

### 11. Geometria analitica nello spazio

- Coordinate nello spazio, sistema di riferimento cartesiano, distanza tra due punti, punto medio di un segmento
- Vettori nello spazio: componenti cartesiane, operazione tra vettori, vettori paralleli, vettori perpendicolari. Prodotto scalare e vettoriale. Esempi
- Piano e sua equazione: piano per un punto e vettore normale, equazione generale del piano, parametri direttori della direzione normale al piano, casi particolari, piani  $Oxy$ ,  $Oxz$ ,  $Oyz$  e ad essi paralleli, piani passanti per l'origine, piani paralleli agli assi e/o perpendicolari ai piani  $Oxy$ ,  $Oxz$ ,  $Oyz$ . Esempi
- Posizione reciproca di due piani. Piani paralleli e piani perpendicolari. Distanza punto-piano. Esempi
- Retta e sua equazione: equazioni parametriche, equazioni cartesiane, retta come intersezione di due piani
- *Lecture di approfondimento:* Alcune superfici notevoli – superficie sferica
- *Esempi ed esercizi*

**Interdisciplinarietà tra fisica e matematica:** sono state svolte attività specificamente mirate a riflettere sui fondamenti delle due discipline e sui loro incastri. Inoltre i modelli matematici e gli operatori studiati hanno fatto comprendere come la matematica sia uno strumento per descrivere e risolvere problemi di ambiti diversi e a volte anche distanti, evidenziando la sua natura interdisciplinare.

**Educazione civica:** Educazione finanziaria e funzioni in una variabile – “Le città invisibili” di Calvino.

#### Testi:

- Colori della matematica - ed.blu aggiornata-l scient vol 5 alfa e beta + ebook ZANONE CLAUDIO / SASSO LEONARDO – Petrini
- Colori della matematica - ed.blu aggiornata-l scient vol 4 alfa + ebook ZANONE CLAUDIO / SASSO LEONARDO -Petrini

Roma, 12 maggio 2023

docente  
Prof.ssa Maristella Petralla